de l'addition

- Le collège en action - Projets en cours - mathématiques - Pour la classe - Nombres - De l'algébre -

Date de mise en ligne : samedi 31 octobre 2015

UNE
 HISTOIRE D' « **UNITÉ** »

Toutes
 les situations-problèmes qui se résolvent par une addition de nombres positifs se ressemblent :

-
 des quantités exprimées dans la même unité sont ajoutées

-
 le résultat de l'addition est aussi exprimé dans la même unité.

Exemples :

(1)
 Lundi, j'ai acheté cinq kilogrammes de tomates et mardi, j'en ai acheté trois kilogrammes. Combien en ai-je achetées, **en tout** ?

(2)
 J'ai mis deux minutes pour lire l'énoncé d'un exercice et trois minutes pour le résoudre. Combien de temps ai-je consacré à cet exercice ?

(3)
 Lors d'un goûter, on a mélangé deux litres de jus d'orange et trois litres de jus de pommes. Quelle quantité de boisson a-t-on obtenue ?

(1)
 5 kg +
 2 kg =
 7 kg (2)
 3 min +
 5 min =
 8 min (3)
 2 L +
 3 L =
 5 L

Ces
 exemples peuvent paraître trop faciles mais l'idée de l'addition y est presque entièrement contenue :

 cette
 histoire d' **unité commune** est fondamentale pour comprendre

les techniques d'addition.

Dans
la suite, le mot **unité** sera souvent utilisé de manière
métaphorique : il sera alors signalé entre guillemets.

Ainsi,
quand un élève de 5ème est confronté au calcul
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-1d805522b8c54eb664e254176a6d792d.png]

il
pourrait interpréter et se traduire le calcul de cette manière :

3
« septièmes » +
12 « septièmes »
*(ici, l' « unité » commune
est le « septième »)*

donc
3 « septièmes »
+ 12
« septièmes » =
15 « septièmes »

et
donc on écrira
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-4e9b3dc8a9f1ee2b5cea81489971064f.png]

De
même l'élève de 4ème qui devra réduire 3
x
2 +
2 *x*
+ 5
x
2 +
4 *x*

devra
considérer les inconnues *x*
et *x*
2 comme deux « unités » différentes

Il
devra donc traiter d'une part les quantités d'« unité » «

x
»

2
« *x* »
+ 4
« *x* »
=
6 « *x* »

et
d'autre part les quantités d'« unité » « *x*
2
»

3
« *x*
2 »
+ 5
« *x*
2 »
= 8
« *x*
2 »

et
donc 3 *x*2
+ 2
x
+ 5
*x*2
+ 4
x
= 8 *x*
2
+ 6
x

L'élève
de 3ème, quant à lui, devra comprendre que
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-04c7a4083ae447d173afeeabc5624527.png]

Ainsi,
quel que soit le niveau, les techniques d'addition tiennent toutes en
ce principe fondamental.

Pour

aller plus loin :

Les difficultés viennent lorsque l'on
cherche à additionner deux nombres exprimés dans deux « unités »
différentes. Par exemple,
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-0f3ac4efdc8f1d00a2bd8888774325e8.png]

ou encore
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-f4aba336156730b897659e16ac56e587.png]

Pour filer la métaphore de l'
« unité » commune, on ne pourra effectuer les deux
additions ci-dessus si l'on parvient à « convertir »
l'un des deux nombres, c'est-à-dire à le réécrire sous une autre
forme, exprimée dans la même « unité » que l'autre.

Pour le premier calcul, on apprendra
en 6ème, que le nombre 3,5
peut aussi s'écrire
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-294b31fb45a0c8c4db06fc2f4673bf86.png]

et donc que le calcul
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-3d8998b0fa0261134c78c1cb29bd7fd4.png]

peut aussi s'écrire
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-7819d829259b8b3de34e03bdb4596730.png]

Ainsi, les deux nombres sont
maintenant dans la même « unité »

donc on écrira
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-daed80ddcbf60e0c910a0e0f02cef05e.png]

De même, on apprendra en 3ème, que
le nombre
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-e03623703d5a9c16693887df542a57a9.png]

peut aussi s'écrire
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-8826a7a322f692fe734d570e09fd6270.png]

donc
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-81cc5d3fca2af5bb8144bdcb13b7a433.png]

et donc
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-6031ba41135df7dfb7077a9a3242f03b.png]

Parfois, il est impossible d'effectuer
la « conversion » nécessaire :

ainsi les expressions
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-899a85f5c2f45d623ea8630e129f8cbf.png]

ou 8 *x*
2
+ 6
x
ne sont pas « réductibles ».

Pour aller encore plus loin :

Sous cette histoire d'« unité commune
» se cache le théorème de distributivité :

(voir DU THÉORÈME DE
DISTRIBUTIVITÉ)

5
kg + 2
kg peut s'écrire 5 x **1 kg** + 2 x **1 kg**

Le
facteur commun est **1 kg**

En
factorisant, on obtient 5 x **1 kg**
+ 2 x **1 kg** =
7 x **1 kg**

Et
on retrouve 5
kg +
2
kg =
7 kg

[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-0e8cbaaeea0c9301b83c273ef303dfc0.png]

peut
s'écrire
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-32d1fe6c3d27733d0c7cf2219d140f52.png]

(voir DES FRACTIONS)

Le
facteur commun est
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-95cfa08361459b403d69109a238fdea4.png]

(plus haut, on disait que
« septièmes » était l'« unité » commune)

En
factorisant, on obtient
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-65ff233a0b4307e3be3aa6b177f3e6ff.png]

Et
on retrouve
[/clg-ablancourt/-spip-/IMG/png/ckeditor-img-ce0af437d4305af18e611c6c88f5056e.png]

3
x
2 +
5 *x*
2 peut s'écrire 3
x
x
2
+
5
x
x
2 (voir
DE LA MULTIPLICATION)

Le
facteur commun est
x
2 (plus
haut, on disait que « *x*
2

»
était
l'« unité » commune)

En
factorisant, on obtient 3
x
x
2
+
5
x
x
2 =
8
x
x
2

Et
on retrouve
3
x
2
+

5
x
2
=
8
x
2

