Du langage algébrique

- Le collège en action - Projets en cours - mathématiques - Pour la classe - Nombres - De l'algébre -

Date de mise en ligne : mardi 4 avril 2017

DU LANGAGE ALGÉBRIQUE

Comme le Latin, l'Esperanto ou encore la langue des signes, le langage algébrique est un langage, c'est-à-dire un système codifié à travers lequel on peut dire certaines choses.

Exemples :

Phrase en Latin : Labor omnia vincit improbus

Phrase en Esperanto : Lernado era, era, era : kaj vi iam estos klera

Phrase en algèbre : $3 y + 5 \cos(x) = 4$

Il faut que celui qui « parle » et celui qui « écoute » maîtrisent tous deux le langage pour qu'il puisse y avoir communication.

Ainsi, supposons que deux personnes maîtrisent le langage des signes et que la première adresse à l'autre le dessin d'un coeur à l'aide des pouces et des index, la deuxième pourra deviner le sentiment qui anime la première. Deviner seulement, car tout langage est nécessairement imparfait et chaque phrase peut traduire une infinité de phénomènes distincts. Ici, le coeur dessiné en langage des signes pourrait bien signifier, en fonction du contexte, « Je t'aime comme une mère aime son enfant » ou « Je suis amoureuse de toi » ou bien encore « J'aime beaucoup tes baskets ». Il y a des milliards de nuances au verbe « aimer » en Français comme en langage des signes comme dans tout langage et on peut même penser que jamais deux personnes dans le monde n'ont « aimé » exactement de la même manière.

Ainsi, lorsque quelqu'un veut exprimer un sentiment qui lui appartient à lui et à lui seul - que personne d'autre ne peut ressentir exactement de la même manière -, il doit choisir dans le langage le mot qui se rapproche le plus de ce sentiment. La personne qui reçoit le message doit chercher, à son tour, parmi les sentiments qu'elle est capable de ressentir celui qui se rapproche le plus du mot choisi. Il y a donc toujours un risque que les deux personnes ne se comprennent pas ou mal si elles ne mettent pas exactement les mêmes idées ou les mêmes sentiments derrière les mots qu'elles utilisent. En particulier, celui qui reçoit la phrase doit avoir à l'esprit différentes interprétations possibles et décider, en fonction du contexte, celle qui lui semble la plus cohérente.

Par exemple, quand un Anglais dit : « It's raining cats and
dogs », quelqu'unqui ne parle pas un mot d'anglais ne comprend rien

quelqu'un qui connaît un peu l'anglais comprend « Il pleut des chats et des chiens » et prend l'Anglais pour un fou

tandis que quelqu'un qui maîtrise cette expression anglaise sait qu'il faut la traduire par « Il pleut des cordes », ce qui signifie
qu'il pleut beaucoup, que beaucoup d'eau - et rien que de l'eau (ni chat ni chien ni corde) - tombe du ciel.

Cela dit, si cet Anglais est un personnage d'un roman de Lewis Caroll, il se peut bien qu'il veuille vraiment dire que des chats et des chiens tombent effectivement du ciel et on le comprendra par le contexte général de l'histoire.

Il faut donc pour comprendre une phrase non seulement connaître le langage dans lequel elle est exprimée mais aussi être capable de l'interpréter en fonction du contexte, c'est-à-dire en fonction d'éléments qui ne sont pas contenus dans la phrase mais autour de la phrase.

Le langage algébrique n'échappe pas à la règle précédente. Certes, c'est un langage spécial car il n'est pas utilisé pour parler du temps qu'il fait ou exprimer ses sentiments mais pour tenir un discours concernant les nombres et leurs relations.

Mais, comme tout langage, il faut, pour le maîtriser :

- connaître et comprendre ses symboles (les chiffres ; les signes opératoires ; ...)

- connaître sa grammaire (les règles pour construire les phrases)

- ET pouvoir interpréter une phrase algébrique de plusieurs manières pour choisir l'interprétation la plus cohérente en fonction du contexte.

Le but de la série d'articles dont celui-ci n'est que l'introduction générale est précisément de donner des clés d'interprétation possibles de textes écrits dans le langage algébrique. Ce ne sont que des interprétations possibles (comme pour tout langage, il en existe des quantités d'autres avec d'infinies nuances).

Cet effort d'explicitation participera, je l'espère, à lever certains malentendus - quand le professeur écrit quelque chose qui est interprété totalement différemment par l'élève - car c'est souvent sur ces malentendus que se construisent ce que l'on appelle les blocages en Mathématiques (les fameux « Moi, dès qu'il y a des *x*, je ne comprends plus rien ! »)

Petit exemple à titre d'illustration :

En5ème, on étudie la phrase algébrique suivante : « - 3 + 7 = 4 »

Voici deux interprétations auxquelles l'élève peut être invité :

1. Dans le modèle des variations de température :

On identifie, au début de la phrase, le nombre « **- 3 »** et on se raconte qu'au début d'un certain problème, la température est de - 3°C.

On identifie ensuite le symbole opératoire de l'addition « **+ »** que l'on va interpréter comme une hausse de température (ça se réchauffe !).

On identifie le nombre « **7 »** que l'on va interpréter comme la valeur de la hausse : (on a repris 7°C)

Avec une telle hausse, la température redevient positive et le thermomètre de notre problème affiche une température de 4°C

(d'où le résultat **« = 4 »**)

2. Dans le modèle des gains et des pertes :

On identifie, au début de la phrase, le nombre **« - 3 »** et on se raconte qu'à la première manche d'une certaine partie de billes, on en a **perdu 3**.

On identifie ensuite le nombre **« + 7 »** et on se raconte qu'à la deuxième manche, on en a **gagné 7**.

On tire le bilan de ces deux manches (**perdu 3** puis **gagné 7**) :
globalement, on a **gagné 4** billes (d'où le résultat **« =4 »** que l'on aurait plutôt envie ici d'écrire **« =+4 »**)

Ces deux interprétations sont très différentes et ont chacune leurs avantages et leurs inconvénients (elles seront étudiées en détail dans le chapitre sur **l'addition et la soustraction des nombres relatifs** en 5ème) et l'élève doit être capable de les mobiliser toutes les deux et de choisir, en fonction de la situation, l'une ou l'autre
ou une troisième interprétation encore plus pertinente : il y a, là encore et comme pour tout langage, beaucoup d'autres interprétations possibles.

Certains élèves seront tentés de lire le début de la phrase en décomposant ainsi :

On
identifie le signe **« - »**

puis le calcul très connu **« 3 + 7 »** dont on sait qu'il est égal au nombre 10

De là, la tentation d'écrire comme résultat **« = - 10 »**

Cette erreur s'apparente à une erreur de grammaire qui nous ferait mal interpréter le sens d'une phrase.

Pour obtenir comme résultat **« = - 10 »**, il aurait fallu que le début de la phrase algébrique soit **« - (3 + 7) »**.

Ainsi, la maîtrise de la grammaire algébrique (ici, l'utilisation ou non des parenthèses) permet de comprendre la différence entre les deux phrases algébriques suivantes :

« - 3 + 7 = 4 »

et
« - (3 + 7) = - 10 »

de même que la grammaire française (ici, l'utilisation ou non de la virgule) permet de comprendre la différence entre les phrases suivantes :

« On mange, les enfants ! »

« On mange les enfants ! »

Pour conclure, espérons que ces quelques exemples, ainsi que ceux des articles à venir, auront démontrer à quel point il faut entraîner son esprit à la lecture et au jeu des interprétations devant toute phrase algébrique afin de choisir la plus pertinente dans le contexte.

